ノート

補償変分と等価変分のスルツキー近似

明石光一郎

1. はじめに

経済的状況の変化（たとえば経済政策の効果）を評価するためには，変化の結果として消費者の経済的厚生の水準が上昇したのか低下したのかを判断することが必要である。ここではなんらかの経済政策の結果として，消費者が直面する市場状況が状況0（$\boldsymbol{p}^0, \boldsymbol{x}^0, Y^0$）から状況1（$\boldsymbol{p}^1, \boldsymbol{x}^1, Y^1$）へ変化したとする。ただし $\boldsymbol{p}$，$\boldsymbol{x}$，Y はそれぞれ価格ベクトル，財の需要量ベクトル，消費者の所得である。この結果，消費者の経済厚生の水準も V（$\boldsymbol{p}^0, Y^0$）から V（$\boldsymbol{p}^1, Y^1$）へと変化することになる。ここに $V(\cdot)$ は消費者の間接効用関数とする。しかしこのような厚生変化は消費者の心の内側にあるものであり，それを直接に観察したり測定することは通常は不可能である。そこで経済学者は，このような効用の主観的変化を貨幣という客観的な数値で表現する物差し，すなわち貨幣的

測度（monetary measure）を作る試みを行ってきた。

厚生の変化を貨幣の尺度で測ろうとする代表的な試みとしては，古くはマーシャルの消費者余剰（consumer's surplus）がある。消費者余剰の正当性については枚挙にいとまがない程の論争がなされてきた(1)。ヒックスはマーシャルの消費者余剰に替わる概念として補償変分（compensating variation : CV），等価変分（equivalent variation : EV）を提示した(2)。

現在では，マーシャルの消費者余剰は厚生測度として理論的には適格でないが，CV と EV は理論的に適格性をもつ厚生測度であることが一般に認められている。しかし CV と EV は，市場データからは知り得ないヒックスの需要関数の積分として定義されているため，その測定は通常は困難である。他方，マーシャルの消費者余剰は，市場データより推定が可能なマーシャルの需要関数の積分として定義されているため，その測定は容易であり，CV と EV の近似として使用されている。

マーシャルの消費者余剰は測定が簡単であり（操作性が高い），直観的な説得力もあり，近似の限界も示されており(3)，その値が CV と EV の中間におさまるという(4)，優れた分析用具である。しかし価格が変化する財の所得効果が大きい場合には，消費者余剰により CV と EV を近似することによる誤差は大きくなるという問題も残されている。

この問題に対処するひとつの方法として(5)，本稿ではスルツキーの需要関数の積分により CV と EV を近似する手法を提示し，マーシャルの消費者余剰による近似と比較し，その有効性を検討する。スルツキーの需要関数はヒックスの需要関数ときわめて親近的な関係にあり，価格変化が小さい場合には両者はきわめて近い値をとるという性質をもつため，価格変化があまり大きくない限りは，スルツキーの需要関数の積分はヒックスの需要関数の積分として定義される CV と EV のよい近似測度になると考えられる。また，スルツキーの需要関数はマーシャルの需要関数と同様に市場データより比較的簡単に求めることができる。しかしその積分には求積法が必要となる場合もあり，操作性では消費者余剰に及ばない。

まず本稿の**2**では補償変分，等価変分，および消費者余剰の概念を紹介する。本稿の**3**では，とくにそれらの測定についての一連の研究と論争を概観し，論点を整理する。本稿の**4**ではCVとEVの近似測度としてスルツキー近似を提示する。本稿の**5**ではいくつかの近似測度を使用して測定を試み，それらの性能を比較する。

注(1)　例えばHicks〔5〕〔6〕，Chipman and Moore〔1〕，Moray〔12〕，鈴村〔18〕，Freeman〔2〕などを参照。

(2)　ヒックスは補償変分と等価変分以外にも，補償余剰（compasating surplus），等価余剰（equivalent surplus）という概念を提示しており，それらは現在では環境経済学の主要な分析用具となっている。その詳細についてはJohansson〔7〕，Freeman〔2〕，矢部〔20〕を参照。

(3)　Willig〔15〕が代表的な文献である。

(4)　厚生測度としてCVとEVはともに適格性をもつことが知られているが，どちらが望ましいかについては先見的に結論を下すことは難しい。CVは状況が変化した後の価格で評価したものであり，EVは変化前の価格で評価したものであるが，どちらの評価が正しいかについて決定できる明確な理由はないからである。消費者余剰はCVとEVの中間の値をとり，CVとEVの小さいほうよりも小さくなったり大きいほうよりも大きくなったりすることがない。さらにこの性質のために消費者余剰はとんでもない値を生み出す危険性がない。すなわち，仮にCVが10でありEVが20だとすると，消費者余剰は−2とか0.2とか400などという真実の値からかけはなれた値を生み出すことはないのである。本稿の**5**で紹介する間接効用関数のテーラー展開を使用する近似法はこの危険性をもつ近似測度である。

(5)　Mckenzie〔8〕，Mckenzie and Pearce〔10〕〔11〕やHausman〔3〕は消費者余剰を計算せずに，CVとEVを直接推定する方法を提示している。その詳細と問題点については本稿の**4**で述べる。

2.　消費者余剰，補償変分，等価変分の定義

ある単一の消費者が直面する2つの状況の経済厚生の比較を貨幣タームで表す。まず記号を決めておく。考察の対象となる2つの経済状況を状況0と状況1とし，それぞれの状況における価格ベクトル，消費者の財の需要量のベクトル，彼の所得のセットをそれぞれ$(\boldsymbol{p}^0, \boldsymbol{x}^0, Y^0)$，$(\boldsymbol{p}^1, \boldsymbol{x}^1, Y^1)$とする。また，それ

ぞれの状況における消費者の効用を

$$u^0=u(\boldsymbol{x}^0)=u(x_1^0,\cdots,x_i^0,\cdots,x_n^0)$$
$$=V(\boldsymbol{p}^0,\ Y^0)=V(p_1^0,\cdots,p_i^0,\cdots,p_n^0,\ Y^0),$$
$$u^1=u(\boldsymbol{x}^1)=V(\boldsymbol{p}^1,\ Y^1)$$

とする。ここに u (・), V (・) はそれぞれ直接効用関数，間接効用関数とする。また第 i 財へのマーシャルの需要関数（通常の需要関数）を $\boldsymbol{x}_i{}^M(\boldsymbol{p},\ Y)$，ヒックスの需要関数（補償需要関数）を $\boldsymbol{x}_i{}^H(\boldsymbol{p},\boldsymbol{u})$ とし，支出関数を $Y=E(\boldsymbol{p},\boldsymbol{u})$ と表す。以上の準備のもと，主として鈴村〔18〕に依拠しながら，マーシャルの消費者余剰，補償変分（CV），等価変分（EV）の定義を紹介する。

（1）一般的なケース

間接効用関数 V（$\boldsymbol{p},\ Y$）を全微分して

$$\begin{aligned} dV&=V_Y dY+\sum_{i=1}^{n}V_i dp_i\\ &=V_Y\{dY-\sum_{i=1}^{n}(-V_i/V_Y)dp_i\}\\ &=V_Y\{dY-\sum_{i=1}^{n}x_i{}^M(\boldsymbol{p},\ Y)dp_i\} \end{aligned} \tag{2.1}$$

となる。ここに V_Y は所得の限界効用である。さらに両辺を V_Y で除して

$$dV/V_Y=dY-\sum_{i=1}^{n}x_i{}^M(\boldsymbol{p},\ Y)dp_i \tag{2.2}$$

を得る。価格―所得空間の中で（$\boldsymbol{p}^0,Y^0$）と（$\boldsymbol{p}^1,Y^1$）を結ぶ任意の経路を C で表すと，状況0から状況1への変化に伴うマーシャルの消費者余剰の変化 M は上の式の右辺の経路 C に沿っての積分

$$M=\int_C\{dY-\sum_{i=1}^{n}x_i{}^M(\boldsymbol{p},\ Y)dp_i\} \tag{2.3}$$

で定義される。

状況0から状況1への変化に伴う補償変分と等価変分は以下の式で定義される。ただし，価格ベクトル $\boldsymbol{p}^0$ と $\boldsymbol{p}^1$ を結ぶ任意の経路を L とする。

$$\begin{aligned} CV&=E(\boldsymbol{p}^1,u^1)-\mathrm{E}(\boldsymbol{p}^1,u^0)\\ &=Y^1-Y^0-\ \{E(\boldsymbol{p}^1,u^0)-E(\boldsymbol{p}^0,u^0)\}\\ &=(Y^1-Y^0)-\int_L\sum_{i=1}^{n}x_i{}^H(\boldsymbol{p},\ u^0)dp_i \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$EV=E(\boldsymbol{p}^0, u^1)-E(\boldsymbol{p}^0, u^0)$$
$$=Y^1-Y^0-\{E(\boldsymbol{p}^1, u^1)-E(\boldsymbol{p}^0, u^1)\}$$
$$=(Y^1-Y^0)-\int_L\sum_{i=1}^{n}x_i{}^H(\boldsymbol{p}, u^1)dp_i \tag{2.5}$$

（2）　2財のケース

ここでは簡単のために，財の種類が2種類で，第1財の価格 p_1 だけが $p_1{}^0$ から $p_1{}^1$ へと低下する場合を考える。第2財の価格 p_2 を一定（$p_2{}^c$）とし，所得 Y も一定（Y^c）に保たれるものとする。そのときマーシャルの消費者余剰の変化 M，補償変分 CV，および等価変分 EV はそれぞれ以下の式で定義される。

$$M=-\int_{p_1{}^0}^{p_1{}^1}x_1{}^M(p_1, p_2{}^c, Y^c)dp_1 \tag{2.6}$$

$$CV=-\int_{p_1{}^0}^{p_1{}^1}x_1{}^H(p_1, p_2{}^c, u^0)dp_1 \tag{2.7}$$

$$EV=-\int_{p_1{}^0}^{p_1{}^1}x_1{}^H(p_1, p_2{}^c, u^1)dp_1 \tag{2.8}$$

すなわち，M はマーシャルの需要関数 $x_1{}^M(p_1, p_2{}^c, Y^c)$ を価格 p_1 について $p_1{}^1$ から $p_1{}^0$ まで積分したものであり，第1図のパネル B の図形 $a+b+c$ の面積で表される。CV はヒックスの需要関数 $x_1{}^H(p_1, p_2{}^c, u^0)$ を価格 p_1 について $p_1{}^1$ から $p_1{}^0$ まで積分したものであり，第1図のパネル B の図形 $a+b$ の面積で表される。EV はヒックスの需要関数 $x_1{}^H(p_1, p_2{}^c, u^1)$ を価格 p_1 について $p_1{}^1$ から $p_1{}^0$ まで積分したものであり，第1図のパネル B の図形 $a+b+c+d$ の面積で表される。このとき財1が正常財であると仮定すると，

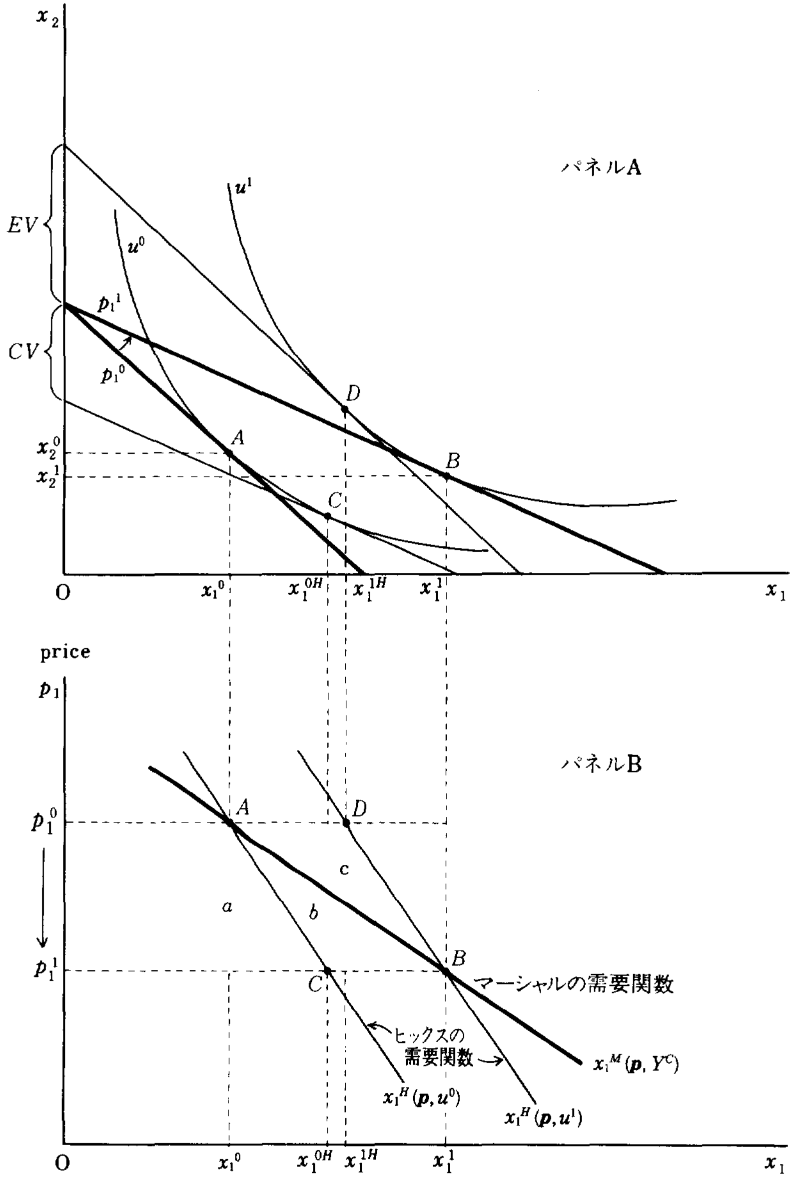
$$0 \leqq CV \leqq M \leqq EV$$

の関係が成立する。

（3）　消費者余剰，補償変分，等価変分の経路独立性

複数の財の価格もしくは価格と所得が変化する場合に，厚生測度が一意性をもつのか，すなわち経路独立（path independent）であるのか，それとも価格が変化する順序に依存するのかについて述べる。

マーシャルの消費者余剰 M の経路独立性はきわめて特殊な仮定のもとでなければ成立しないことが知られている（奥野・鈴村〔17〕221～226ページ参



第1図　CV, EV と消費者余剰

照)。しかし CV と EV は経路独立であることが知られている(同, 226〜228ページ)。

3. 消費者余剰, CV, EV の実測上の問題と論争

CV と EV は厚生測度として理論的に適格性をもつが, マーシャルの消費者余剰(およびその変化)M は適格性をもたないことが知られている。しかしいざ実測という段階になると, 消費者余剰は観察されるデータより需要関数を推定すれば知ることができるからその測定は容易であるのに対して, CV と EV は市場データからは知り得ないヒックスの需要関数に関する情報が必要となるので, その測定は通常はきわめて困難である。そこで消費者余剰は CV と EV の近似として使用されてきた。消費者余剰を CV と EV の近似として使用することの正当性, 消費者余剰と消費者余剰以外の CV と EV の推定法の優劣などをめぐり, とくに1970年代後半から80年代前半にかけて American Economic Review 誌上で論争が行われてきたので, 主なものをサーベイしておく(1)。

(1) ウィリッグの研究

Willig〔15〕は消費者余剰が CV と EV の近似としていかほどの精度を持つのかを数量的に示した貴重な研究である。Willig によればひとつの財の価格のみが変化した場合には(2), 消費者余剰の変化 M を CV と EV の近似として使用することによる誤差は次の関係式により与えられる。

もし

$$|\eta_M M/2Y| \leqq 0.05 \tag{3.1}$$

$$|\eta_m M/2Y| \leqq 0.05 \tag{3.2}$$

$$|M/Y| \leqq 0.9 \tag{3.3}$$

ならば, 以下の式が成り立つ。

$$|\eta_m M/2Y| \leqq |(CV-M)/M| \leqq |\eta_M M/2Y| \tag{3.4}$$

$$|\eta_m M/2Y| \leqq |(EV-M)/M| \leqq |\eta_M M/2Y| \tag{3.5}$$

ただし η_m, η_M は価格が変化する範囲における所得弾力性の最小値と最大値，Y は所得，M は消費者余剰の変化である。

たとえば，$\eta_m=\eta_M=0.8$, $M/Y=0.05$ とすると，CV と EV の近似としてマーシャルの消費者余剰の変化を使用することによる誤差は僅か2%であることがわかる。しかし $|\eta_M M/2Y|$ が大きいときには上の関係式は成立しなくなる。

（2）ウィリッグの研究への批判

Willigの研究に対しては批判も寄せられている。まずMckenzie〔9〕のWillig〔15〕に対する批判と，Willig〔16〕の反論を紹介しておく。Mckenzieによれば Willigの研究は以下の問題を持つとする。a）Willigの結論は多数の財が変化する一般的なケースには適用できない。b）Willigの結論は価格と所得の変化が小さいときのみ正しい。したがってWilligのアプローチは一般的な使用に耐えない，などである。最後に彼は消費者余剰により CV と EV を近似する方法を，Mckenzie〔8〕，Mckenzie and Pearce〔10〕〔11〕らの一連の研究で取り扱われた手法，すなわち間接効用関数をテーラー展開することにより CV と EV を近似する方法と比較してつぎのように結論づけている。「Mckenzie と Pearce による測定値は厚生変化の近似測度ではなく正確な測度である」「われわれの測度は消費者余剰よりもより正確な値を常に提供できるので，実測においてはわれわれの測定法を使用するべきである。」

これに対するWilligの回答は，まず問題点 a）については，複数の財の価格が変化する場合はWillig〔15〕においてすでに考慮されていることをあげている。b）については，Willig〔15〕はマーシャルの消費者余剰が厚生測度として使用できるのは価格弾力性と所得弾力性が小さいときに限られると主張してその近似の限界を明確に表すことを目的とする論文であるので，Mckenzieに批判されるにはあたらないとしている。WilligはMckenzieによる一連の批判は彼のミスリーディング（misreading）によるものであるとし，さらにMckenzieとPearceによる間接効用関数のテーラー展開を使用する手法に対

しても，その近似は不正確でありミスリーディング（misleading）な結果をもたらすと反論している。

Mckenzie 以外にも，たとえば Hausman〔3〕が消費者余剰は厚生測度の近似として不正確であると Willig〔15〕への批判を行っているが，これについては後述する。

しかし鈴村〔18〕は次のように Willig〔15〕を高く評価している。「Willig〔15〕は，精密測度としては明らかに欠陥をもつマーシャルの消費者余剰が，実は近似的な厚生測度としては非常に優れた性能をもつことを示し，同時にこの測度が示す近似度を，経済学的に意味のある形で明瞭に示した。……彼の結論は消費者余剰のマーシャル測度が厚生変化の適切な測度であるためには，ただひとつのこと，すなわち所得効果が小さいことのみが必要であるというヒックスの指摘を厳密に根拠づけたものであり，厚生評価の理論の適用可能性という見地から，はかりしれない重要性をもつものであるというべきである。」

（3） マッケンジーとピアスの研究

つぎに Mckenzie〔8〕や Mckenzie and Pearce〔10〕〔11〕により提示された，彼ら自身が Willig の方法よりも優れていると強く主張する，間接効用関数のテーラー展開により CV と EV を近似する手法の概略を紹介しておく。

経済状況が（$\boldsymbol{p}^0, Y^0$）から（$\boldsymbol{p}^1, Y^1$）へと変化するとき間接効用関数の値も $V(\boldsymbol{p}^0, Y^0)$ から $V(\boldsymbol{p}^1, Y^1)$ へと変化するが，それをテーラー展開すれば以下の式となる。ただし変化の初期時点において，所得の限界効用（$V_Y{}^0$）を 1，その所得に関する偏微分（$V_{YY}{}^0$）をゼロと設定してある。

$$\left.\begin{aligned} dV &= V(\boldsymbol{p}^1, Y^1) - V(\boldsymbol{p}^0, Y^0) \\ &= \{-\Sigma_i x^i dp^i + dY\} \qquad \cdots\cdots\text{一次の項} \\ &\quad + \{(1/2)\,\Sigma_i \Sigma_j (x^j{}_Y x^i - x^i{}_j) dp^i dp^j - \Sigma_i x^i{}_Y dp^i dY\} \\ &\qquad\qquad \cdots\cdots\text{二次の項} \\ &\quad - \{(1/6)\,\Sigma_i\, \Sigma_j\, \Sigma_k (x^k{}_{yy} x^i x^j + x^k{}_Y x^j{}_Y x^i - x^j{}_{Yk} x^i \\ &\quad - x^i{}_Y x^i{}_k - x^k{}_Y x^i{}_j + x^i{}_{jk}) dp^i dp^j dp^k \end{aligned}\right\} \quad (3.6)$$

$$-(1/2)\Sigma_i \Sigma_j(x^i{}_{YY}+x^j{}_Y x^i{}_Y-x^i{}_{jY})dp^i dp^j dY$$

$$+(1/2)\Sigma_i(x^i{}_{YY})dp_i dY dY\} \quad \cdots\cdots \text{三次の項}$$

$$+R^4 \quad \cdots\cdots \text{剰余項}$$

なおここではとくに文字記号のスーパースクリプトは財の番号を，サブスクリプトは価格もしくは所得による偏微分をあらわすものとする。

この方法について鈴村〔18〕は，近似の精度が全く評価されていないことが問題であると指摘している。

（4） レベル形態におけるラスパイレスやパーシェの数量指数による近似

またレベル形態におけるラスパイレス数量指数とパーシェ数量指数により CV と EV を近似する方法もある（鈴村〔18〕参照)。

すなわち，価格と財ベクトルが $(\boldsymbol{p}^0, \boldsymbol{x}^0)$ から $(\boldsymbol{p}^1, \boldsymbol{x}^1)$ に変化したとき，レベル形態におけるラスパイレス数量指数 $Q_L(0, 1)$

$$Q_L(0, 1)=\sum_{i=1}^{n}(x_i{}^1-x_i{}^0)p_i{}^0 \tag{3.7}$$

が等価変分の近似を，パーシェ数量指数 $Q_p(0, 1)$

$$Q_p(0, 1)=\sum_{i=1}^{n}(x_i{}^1-x_i{}^0)p_i{}^1 \tag{3.8}$$

が補償変化分の近似を与える。

この手法は精度が低いためあまり使用されていないと思われるが，測定が著しく容易であるという利点を持っている。なお，この手法はマッケンジーとピアスの提示する間接効用関数のテーラー展開の一次近似となっている。

（5） ハウスマンの研究

Hausman〔3〕は CV と EV を直接計算する手法を提示した重要な研究である。その手順は以下のとおりである。まず，市場データよりマーシャルの需要関数を求める。マーシャルの需要関数とロアの恒等式より得られる微分方程式を解くことにより，間接効用関数を求める。つぎに間接効用関数から，CV と EV を計算する。

しかしこの研究は以下の問題をもつ。需要関数をよほど特殊なかたちにスペシファイしないかぎり計算がきわめて困難なこと，ただ1つの財の価格が変化する場合に分析が限られており，複数の財の価格が変化する場合が考慮されていないことである。

まず財の種類が2つである経済を考え，第1財の価格のみが変化するとする。第1財の需要関数は次の線形式で表される。

$$x_1=\alpha p_1+\delta Y+Z\gamma \tag{3.9}$$

ここに p_1, Y は第1財の価格と所得でありそれぞれ第2財の価格でデフレートされているものとする。Z は他の社会経済的要因である。

また，ロアの恒等式より

$$x_1=-(\partial V(p_1, Y)/\partial p_1)\,/\,(\partial V(p_1, Y)/\partial Y) \tag{3.10}$$

の関係が成立する。したがって

$$\alpha p_1+\delta Y+Z\gamma=-(\partial V(p_1, p_2, Y)/\partial p_1)\,/\,(\partial V(p_1, p_2, Y)/\partial Y) \tag{3.11}$$

となる。さてつぎに無差別曲面 $u^0=V(p_1(t), Y(t))$ 上においてp_1が変化すると

$$\frac{\partial V(p_1(t), Y(t))}{\partial p_1(t)}\cdot\frac{dp_1(t)}{dt}+\frac{\partial V(p_1(t), Y(t))}{\partial Y(t)}\cdot\frac{dY(t)}{dt}=0 \tag{3.12}$$

の関係が成立する。よって

$$dy(p_1)/dp_1=\alpha p_1+\delta Y+Z\gamma \tag{3.13}$$

となる。この微分方程式を解くと,

$$y(p_1)=k\cdot\exp(\delta p_1)-(1/\delta)[\alpha p_1+(\alpha/\delta)Y+Z\gamma] \tag{3.14}$$

となる。ただし k は積分定数，exp（·）は指数関数である。したがって間接効用関数は

$$V(p_1, Y)=k=\exp\{-\delta p_1[Y+(1/\delta)[\alpha p_1+(\alpha/\delta)Y+Z\gamma]]\} \tag{3.15}$$

となる。

ここで積分定数 k を初期効用 u_0 に設定すれば，支出関数は

$$Y(p_1)=u^0\cdot\exp(\delta p_1)-(1/\delta)[\alpha p_1+(\alpha/\delta)Y+Z\gamma] \tag{3.16}$$

となる。

したがってCVは

$$CV=(1/\delta)\cdot\exp(\delta(p_1{}^1-p_1{}^0))\cdot[x_1{}^0+(\alpha/\delta)] -(1/\delta)[x_1{}^1+(\alpha/\delta)] \quad (3.17)$$

で与えられる。

つぎに需要関数が両対数型，すなわち

$$\ln x_1=Z\gamma+\alpha\ln p_1+\delta\ln Y \quad (3.18)$$

である場合にはCVは次の式で与えられる。

$$CV=\{[(1-\delta)/(1+\alpha)Y^{\delta}]-[p_1{}^1x_1{}^1-p_1{}^0x_1{}^0]\}^{(1/(1-\delta))}-Y \quad (3.19)$$

つぎに，Hausman (1981) は財の種類がn種類存在する，より一般的な場合について考察を進めている。しかしその場合でも，価格変化は一つの財についてのみ生じるとしている。したがって複数の財が同時に変化する一般的な場合については，未だ計算のアルゴリズムが得られていないと判断できる。

Hausman〔3〕は婦人の労働供給関数を計測して，労働所得への20%の課税による厚生の損失を測定した。それはCVで表すと2,506ドルであり，マーシャルの消費者余剰では1,315ドルとなる。したがって消費者余剰を使用することによる誤差は45%にもなる。この事実よりHausmanは「消費者余剰はCVとEVのきわめてpoorな近似用具である」と結論づけている。

しかしHaveman, Gabay, Andreoni〔4〕は1987年に同じAmerican Economic Review誌上に，上のHausmanの測定は誤りであるという趣旨の論文を発表している。彼らの再計算によるとCVの値は2,506ドルではなく1,247ドルであり，誤差は45%ではなく5.2%であった。したがって彼らは「マーシャルの消費者余剰はCVとEVのきわめてpoorな近似用具ではない」と，Hausman〔3〕と異なるインプリケーションを述べている。

（6） 論点の整理

奥野・鈴村〔17〕は1985年のテキストで，「厚生変化と消費者余剰」という章の最終節を「消費者余剰の復権」と名付けて，以下のように主張している。まず，主として公共経済学，国際経済学，農業経済学などにおける応用経済学

的な研究においては，消費者余剰の変化分は依然として厚生変化の判定基準として計測されつづけているという事実を指摘する。つぎに，そのような消費者余剰の計測は，以下の理由により意味をもつとする。第1に，CV と EV の測定は現実には困難であること。第2に，消費者余剰により CV と EV を近似することによる誤差は，価格が変化する財の所得効果がその財の需要量（変化前と変化後の平均）と比較して小さい限りは，小さいということである。さらに Hicks (1956) の文章を引用しながら「消費者余剰のマーシャル測度が厚生変化の適切な測度であるためには，ただ一つのことが必要である……すなわち，所得効果が小さいこと，がそれであると結論してよい」と述べている。

他方，Freeman の 1993 年のサーベイ論文では奥野・鈴村〔17〕，および鈴村〔18〕とは異なった見解を示している[(3)]。彼は Mckenzie と Pearce や Hausman の方法は CV と EV を直接に推定する方法であり，しかも消費者余剰を知るのと同じ情報から測定が可能なはずであるから，これらの方法のほうがマーシャルの消費者余剰のような近似よりも望ましいと主張している。

しかしこの Freeman の主張にはやや納得しがたい面がある。まず，Mckenzie と Pearce の手法は，鈴村〔18〕も指摘するとおり近似の精度が不明確であり，本稿の測定においても関数形によっては近似の精度が非常に悪い場合もあった。また，この手法は価格の変化する財の数が多く，高次の近似をする場合にはきわめて扱いにくいという問題がある。たとえば，3財の価格が変化する場合に3次まで近似すれば，約 140 個の項を計算する必要がある。Hausman の手法は微分方程式の計算が必要であるため測定が面倒であり，とくに複数の財の価格が変化する場合にはきわめて煩雑となるという問題をもつ。消費者余剰はそれらと比較して測定がきわめて容易であり，近似の限界も Willig〔15〕により明確にされているという長所をもつ。

注(1) 本稿で紹介した文献以外にもたとえば，Chipman and Moore〔1〕，Morey〔13〕などを参照されたい。

(2) ただし Willig〔15〕は複数の財の価格が変化する，より一般的な場合についても考慮している。

(3)　一応 Freeman〔2〕は環境経済学（とくに環境価値の測定と評価）の包括的なテキストとなっているが，サーベイ論文的な性格が強い。

4.　補償変分と等価変分のスルツキー近似

マーシャルの消費者余剰は測定が容易であり，直観的な説得力もあり，近似の限界も示されており，価格が変化する財の所得効果が小さい場合には CV と EV のよい近似となるという点で，厚生変化の優れた近似測度である。しかし価格が変化する財の所得効果が大きい場合には，その近似は不正確になるという問題もある。その問題に対処するひとつの方法として，本稿ではスルツキーの需要関数の積分による近似法を提示する。

（1）　形式的準備

まずつぎの効用最大化問題を考える。

$$\begin{aligned} &\max \quad u(\boldsymbol{x}) \\ &\text{s.t.} \quad \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}=Y \end{aligned} \qquad (\mathrm{I})$$

この最大化問題の解は

$$x_i=x_i^M(\boldsymbol{p},\ Y) \qquad i=1,\cdots\cdots,n$$

と表されるが，これはマーシャルの需要関数である。つぎに支出最小化問題

$$\begin{aligned} &\min \quad \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x} \\ &\text{s.t.} \quad u=u(\boldsymbol{x}) \end{aligned} \qquad (\mathrm{II})$$

の解は

$$x_i=x_i^H(\boldsymbol{p},\ u) \qquad i=1,\cdots\cdots,n$$

と表される。これはヒックスの需要関数である。さらに支出関数は

$$E(\boldsymbol{p},\ u)=\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}_i^H(\boldsymbol{p},\ u)$$

と表される。

効用関数が単調性をみたし，価格がゼロとならなければ，効用最大化問題Ⅰと支出最小化問題Ⅱの解は一致することが知られている(1)。

さてここで価格ベクトルと所得が（$\boldsymbol{p}^0, Y^0$）から（$\boldsymbol{p}^1, Y^1$）へ変化し，それに応じて需要ベクトルも$\boldsymbol{x}^0$から$\boldsymbol{x}^1$へ変化するとする。さらに，

$$u^0=u(\boldsymbol{x}^0)$$

$$u^1=u(\boldsymbol{x}^1)$$

とする。このとき支出関数については

$$E(\boldsymbol{p}^0, \boldsymbol{u}^0)=Y^0$$

$$E(\boldsymbol{p}^1, \boldsymbol{u}^1)=Y^1$$

の関係が成立する。さらに以下の2つの効用最大化問題を考える。

$$\begin{aligned} &\max \quad u(\boldsymbol{x}) \\ &\text{s.t.} \quad \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}=\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}^0 \end{aligned} \qquad (\text{III})$$

$$\begin{aligned} &\max \quad u(\boldsymbol{x}) \\ &\text{s.t.} \quad \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}=\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}^1 \end{aligned} \qquad (\text{IV})$$

（III），（IV）の解はそれぞれ

$$\begin{aligned} x_i&=x_i^M(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}^0) \\ &=x_i^S(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{x}^0) \qquad i=1,\cdots\cdots,n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_i&=x_i^M(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{x}^1) \\ &=x_i^S(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{x}^1) \qquad i=1,\cdots\cdots,n \end{aligned}$$

として与えられる。これらはそれぞれ（0期および1期基準の）スルツキーの需要関数である(2)。

以上の準備のもと，価格ベクトル，所得，需要ベクトルが（$\boldsymbol{p}^0, Y^0, \boldsymbol{x}^0$）から（$\boldsymbol{p}^1, Y^1, \boldsymbol{x}^1$）へ変化した場合の消費者の厚生の比較を行う。

（2） スルツキー近似の定義

ここでは第0期基準のスルツキーの需要関数$x_i^S(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{x}^0)$の価格に関する積分と所得の差により，$u^0$に対応するヒックスの需要関数$x_i^H(\boldsymbol{p}, u^0)$の積分と所得の差で定義される$CV$を近似する。また，第1期基準のスルツキーの需要関数$x_i^S(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{x}^1)$の価格に関する積分と所得の差により，$u^1$に対応するヒックスの需要関数$x_i^H(\boldsymbol{p}, u^1)$の積分と所得の差で定義される$EV$を近似することにする。

前者を CVS（CV of Slutsky version），後者を EVS（EV of Slutsky version）とよぶことにする。すなわち

$$CVS=Y^1-Y^0-\int_c \sum_{i=1}^{n} x_i^S(\boldsymbol{p},\ \boldsymbol{x}^0)dp_i \tag{4.1}$$

$$EVS=Y^1-Y^0-\int_c \sum_{i=1}^{n} x_i^S(\boldsymbol{p},\ \boldsymbol{x}^1)dp_i \tag{4.2}$$

と定義する。C は変化の始点から終点までの任意の経路である。スルツキー近似，すなわち CVS, EVS により CV, EV を近似する誤差はそれぞれ

$$CVS-CV=-\int_c \sum_{i=1}^{n}[x_i^S(\boldsymbol{p},\ \boldsymbol{x}^0)-x_i^H(\boldsymbol{p},\ u^0)]dp_i \tag{4.3}$$

$$EVS-EV=-\int_c \sum_{i=1}^{n}[x_i^S(\boldsymbol{p},\ \boldsymbol{x}^1)-x_i^H(\boldsymbol{p},\ u^1)]dp_i \tag{4.4}$$

となる。

他方，マーシャル近似，すなわちマーシャルの消費者余剰による CV と EV の近似は，マーシャルの需要関数の積分によりヒックスの需要関数の積分を近似するものであるからその誤差はそれぞれ

$$M-CV=-\int_c \sum_{i=1}^{n}[x_i^M(\boldsymbol{p},\ Y)-x_i^H(\boldsymbol{p},\ u^0)]dp_i \tag{4.5}$$

$$M-EV=-\int_c \sum_{i=1}^{n}[x_i^M(\boldsymbol{p},\ Y)-x_i^H(\boldsymbol{p},\ u^1)]dp_i \tag{4.6}$$

と表される。

（3） スルツキー近似とマーシャル近似の比較

ここでは簡単のために，財の種類が2種類で，第1財の価格 p_1 だけが p_1^0 から p_1^1 へと変化する場合について，スルツキー近似とマーシャル近似の精度を比較する。第2財の価格 p_2 を一定（p_2^c）とし，所得も一定（Y^c）に保たれるものとする。なお n 財モデルでも，第1財以外の財をまとめて合成財と考えれば2財モデルとして扱える。（これは Hausman〔3〕の延長上にある。）まず記号を2財モデルに即して以下のようにする。

$$x_i=x_i^M(p_1,\ p_2^c,\ Y^c) \qquad i=1,2$$

$$x_i=x_i^H(p_1,\ p_2^c,\ u^0) \qquad i=1,2$$

$$x_i = x_i^H(p_1, p_2^c, u^1) \qquad i=1,2$$

$$x_i = x_i^S(p_1, p_2^c, x_1^0, x_2^0) \qquad i=1,2$$

$$x_i = x_i^S(p_1, p_2^c, x_1^1, x_2^1) \qquad i=1,2$$

$$u^0 = u(x_1^0, x_2^0)$$

$$u^1 = u(x_1^1, x_2^1)$$

$$E(p_1^0, p_2^c, u^0) = E(p_1^1, p_2^c, u^1) = Y^c$$

以下では第1財の価格が低下する場合と上昇する場合にわけて考える。

1) 第1財の価格が低下する場合

CV の近似として，CVS は消費者余剰よりも正確である。

まず次の不等式が成立する。

$$\begin{aligned} p_1 x_1^1 + p_2^c x_2^1 &\geqq E(p_1, p_2^c, u^1) \\ &\geqq p_1^1 x_1^1 + p_2^c x_2^1 = p_1^0 x_1^0 + p_2^c x_2^0 \\ &\geqq p_1 x_1^0 + p_2^c x_2^0 \geqq E(p_1, p_2^c, u^0) \end{aligned} \tag{4.7}$$

第1財が正常財である場合には，マーシャルの需要関数は所得の非減少関数であるから，

$$\begin{aligned} x_1^M(p_1, p_2^c, p_1 x_1^1 + p_2^c x_2^1) &\geqq x_1^M(p_1, p_2^c, E(p_1, p_2^c, u^1)) \\ &\geqq x_1^M(p_1, p_2^c, p_1^1 x_1^1 + p_2^c x_2^1) = x_1^M(p_1, p_2^c, p_1^0 x_1^0 + p_2^c x_2^0) \\ &\geqq x_1^M(p_1, p_2^c, p_1 x_1^0 + p_2^c x_2^0) \geqq x_1^M(p_1, p_2^c, E(p_1, p_2^c, u^0)) \end{aligned} \tag{4.8}$$

が成立する。さらにマーシャル，ヒックス，スルツキーの需要関数の関係より

$$\begin{aligned} x_1^S(p_1, p_2^c, x_1^1, x_2^1) &\geqq x_1^H(p_1, p_2^c, u^1) \\ &\geqq x_1^M(p_1, p_2^c, Y^c) \\ &\geqq x_1^S(p_1, p_2^c, x_1^0, x_2^0) \geqq x_1^H(p_1, p_2^c, u^0) \end{aligned} \tag{4.9}$$

となる。上の不等式を価格 p_1 について p_1^1 から p_1^0 まで積分すると

$$EVS \geqq EV \geqq M \geqq CVS \geqq CV \geqq 0 \tag{4.10}$$

となるから求める結果が得られる。第1財が劣等財である場合には，マーシャルの需要関数は所得の減少関数であることを考慮して，

$$0 \leqq EVS \leqq EV \leqq M \leqq CVS \leqq CV \tag{4.11}$$

を得る。したがって1財の価格が低下する場合には，CVS は CV の近似として

消費者余剰よりも正確であることがわかる[3]。EV の近似としては，EVS と消費者余剰のいずれがより正確であるかについては，先見的には断定できない。

2)　第1財の価格が上昇する場合

第1財が正常財である場合には，これまでと同様の議論により

$$0 \geqq EV \geqq EVS \geqq M \geqq CV \geqq CVS \tag{4.12}$$

となる。第1財が劣等財である場合にも同様にして

$$EV \leqq EVS \leqq M \leqq CV \leqq CVS \leqq 0 \tag{4.13}$$

となる。したがって1財の価格が上昇する場合には，EVS は EV の近似として消費者余剰よりも正確であることがわかる。CV の近似としては，CVS と消費者余剰のいずれがより正確であるかについては断定できない。

（4）　スルツキー近似の誤差の考察

ここではひきつづき，財の種類が2種類で，第1財の価格 p_1 だけが $p_1{}^0$ から $p_1{}^1$ へと低下する場合を考える。

まず，マーシャルの消費者余剰による CV と EV の近似における誤差の源泉について考察する。消費者余剰と CV の差は

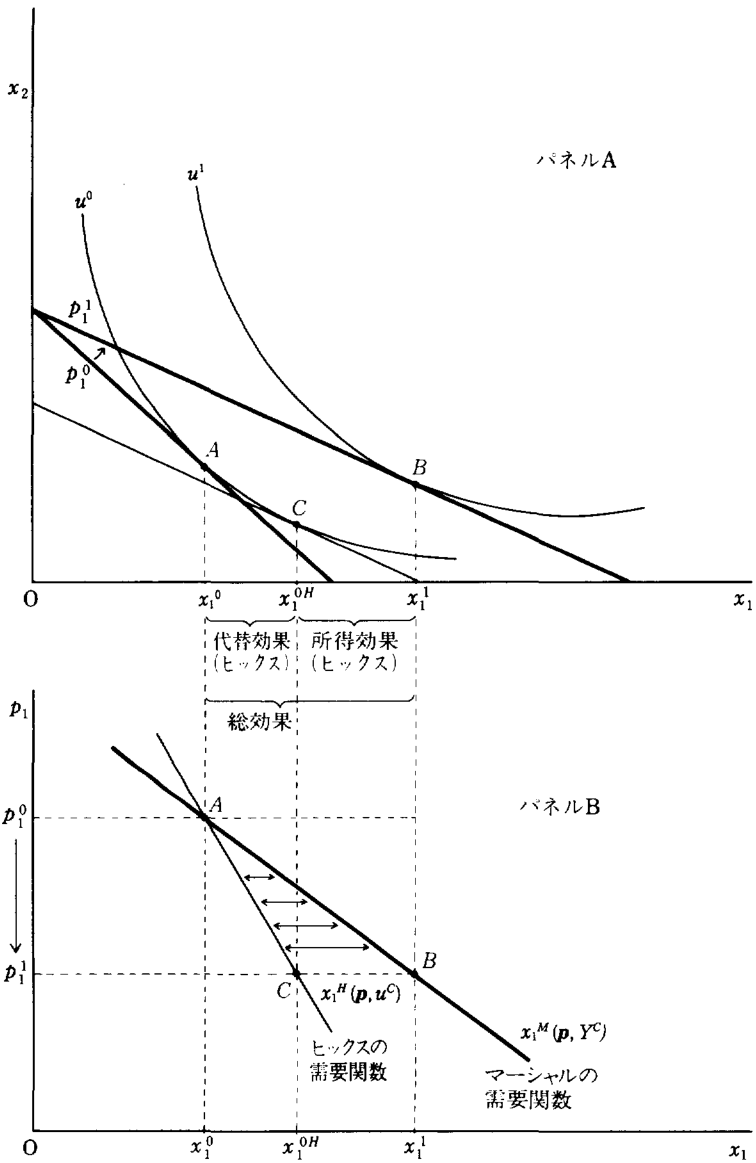
$$M - CV = -\int_{p_1{}^0}^{p_1{}^1} [x_1{}^M(p_1, p_2{}^c, Y^c) - x_1{}^H(p_1, p_2{}^c, u^0)]dp_1 \tag{4.14}$$

である。これはマーシャルの需要関数からヒックスの需要関数を引いた値を p_1 に関して積分したものである。したがって，消費者余剰と CV の誤差の源泉は各 p_1 ($p_1{}^1 \leqq p_1 \leqq p_1{}^0$) に対応するマーシャルの需要関数とヒックスの需要関数の差

$$x_1{}^M(p_1, p_2{}^c, Y^c) - x_1{}^H(p_1, p_2{}^c, u^0)$$

にある（第2図のパネルBの矢印部分の面積参照)。

ところで第2図のパネルAをみると，価格 p_1 の $p_1{}^0$ から $p_1{}^1$ への変化に伴う均衡点の A から B への移動は，ヒックスによれば以下の2つの部分に分解できる。すなわち，(1) A から C への移動，(2) C から B への移動。前者は同一の無差別曲線上の移動であり，（ヒックスの意味での）代替効果といわれる。後者は無差別曲線 u^0 から u^1 への移動であり，（ヒックスの意味での）所得効果と



第2図　CV のマーシャル近似

いわれるものである。財1について表せば

$$\underset{\text{総効果}}{x_1^1-x_1^0}=\underset{\substack{\text{ヒックスの}\\\text{代替効果}}}{(x_1^{0H}-x_1^0)}+\underset{\substack{\text{ヒックスの}\\\text{所得効果}}}{(x_1^1-x_1^{0H})}$$

となる。

したがって，$x_1^M(p_1^1, p_2^c, Y^c)-x_1^H(p_1^1, p_2^c, u^0)$ は第1財の価格が p_1^0 から p_1^1 へと変化した場合の所得効果 $x_1^1-x_1^{0H}$ である。同様に，$x_1^M(p_1, p_2^c, Y^c)-x_1^H(p_1, p_2^c, u^0)$ は第1財の価格が p_1^0 から $p_1(p_1^1 \leqq p_1 \leqq p_1^0)$ へと変化した場合の所得効果である。

以上の議論より，マーシャルの消費者余剰による CV の近似とは，ヒックスの代替効果の積分を総効果の積分により近似するものであり，近似の誤差はヒックスの所得効果の積分であるといえる。

つぎに CVS による CV の近似における誤差の源泉について同様の検討を加える。

$$CVS-CV=-\int_{p_1^0}^{p_1^1}[x_1^S(p_1, p_2^c, x_1^0, x_2^0)-x_1^H(p_1, p_2^c, u^0)]dp_1 \qquad (4.15)$$

CVS と CV の誤差の源泉は各 $p_1(p_1^1 \leqq p_1 \leqq p_1^0)$ に対応するスルツキーの需要関数とヒックスの需用関数の差

$$x_1^S(p_1, p_2^c, x_1^0, x_2^0)-x_1^H(p_1, p_2^c, u^0)$$

である（第3図のパネルBのシャドウの部分参照)。

ところで第3図のパネルAにおいて，価格 p_1 の p_1^0 から p_1^1 への変化に伴う均衡点の A から B への移動は，スルツキーによれば次の2つに分解できる。(1) A から E への移動，(2) E から B への移動。前者はスルツキーの意味での代替効果，後者は（スルツキーの意味での）所得効果といわれる。財1について表せば

$$\underset{\text{総効果}}{x_1^1-x_1^0}=\underset{\substack{\text{スルツキーの}\\\text{代替効果}}}{(x_1^{0S}-x_1^0)}+\underset{\substack{\text{スルツキーの}\\\text{所得効果}}}{(x_1^1-x_1^{0S})}$$

となる。

ここにx_1^{0S}は，価格p_1が変化した場合にちょうど価格変化以前の消費ベクトル（x_1^0, x_2^0）を購入できるように，所得を$Y^{0S}=p_1x_1^0+p_2^cx_2^0$と調節したときの第1財の需要量を表している。

さてヒックスとスルツキーの解釈の違いは，代替効果をx_1^0からx_1^{0H}への移動とするのか，それともx_1^{0S}への移動とするかという，スルツキーとヒックスの代替効果の差$x_1^{0S}-x_1^{0H}$にある。それは，スルツキーの需要関数とヒックスの需要関数の$p_1=p_1^1$における値の差，$x_1^S(p_1^1, p_2^c, x_1^0, x_2^0)-x_1^H(p_1^1, p_2^c, u^0)$である。したがって$x_1^S(p_1, p_2^c, x_1^0, x_2^0)-x_1^H(p_1, p_2^c, u^0)$は，第1財の価格が$p_1^0$から$p_1(p_1^1 \leqq p_1 \leqq p_1^0)$へと変化した場合の，スルツキーとヒックスの代替効果の差である。

以上の議論より，CVSによるCVの近似とは，ヒックスの代替効果の積分をスルツキーの代替効果の積分により近似するものであり，近似の誤差はスルツキーとヒックスの代替効果の差の積分であるといえる。第3図のパネルBによると，CVSによるCVの近似の誤差は図形ACEの面積で，マーシャルの消費者余剰による誤差は図形ACBの面積により表されている。

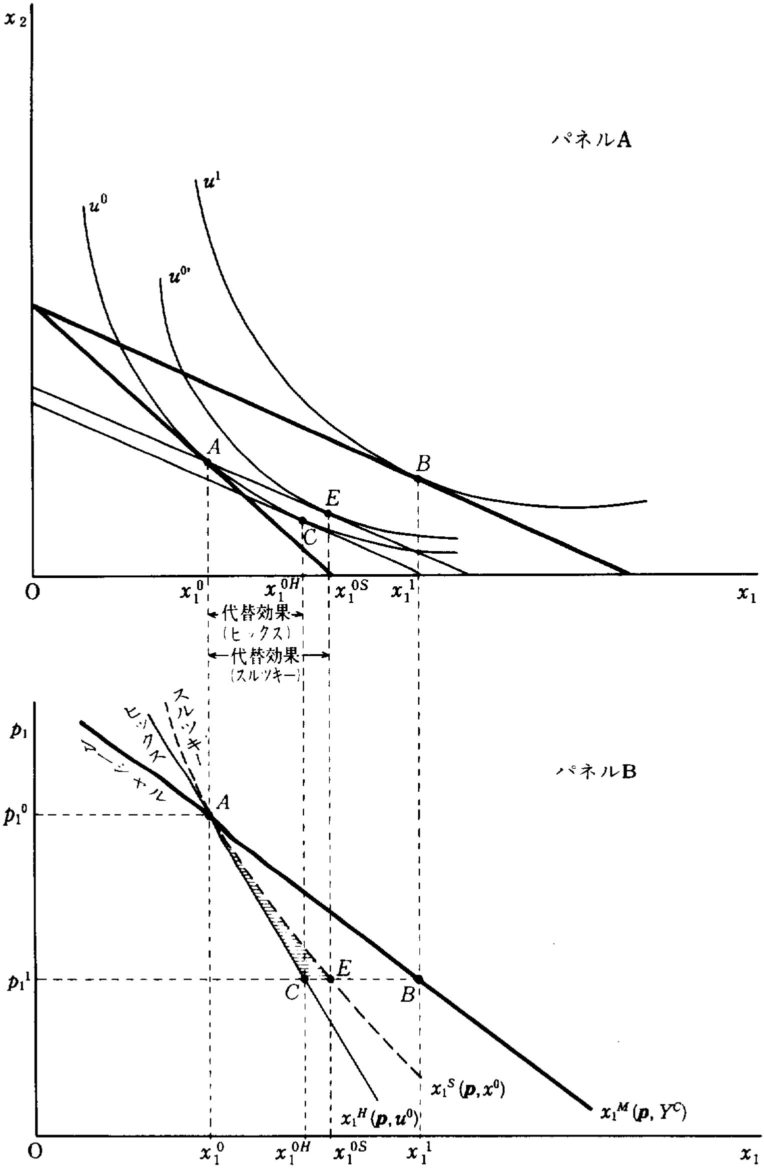
このヒックスとスルツキーの代替効果の差（$x_1^{0S}-x_1^{0H}$）は価格変化が小さい場合には無視できるほど小さいことがMosak〔12〕により証明されている。すなわち，価格変化が小さいほどスルツキーの需要関数とヒックスの需要関数は値が近くなり，価格変化がゼロ（$p_1=p_1^0$）の場合には，両者は接することが知られている。この点については，たとえばSilberberg〔14〕を参照。

（5） *CV, EV, CVS, EVS*およびマーシャルの消費者余剰の図形的関係

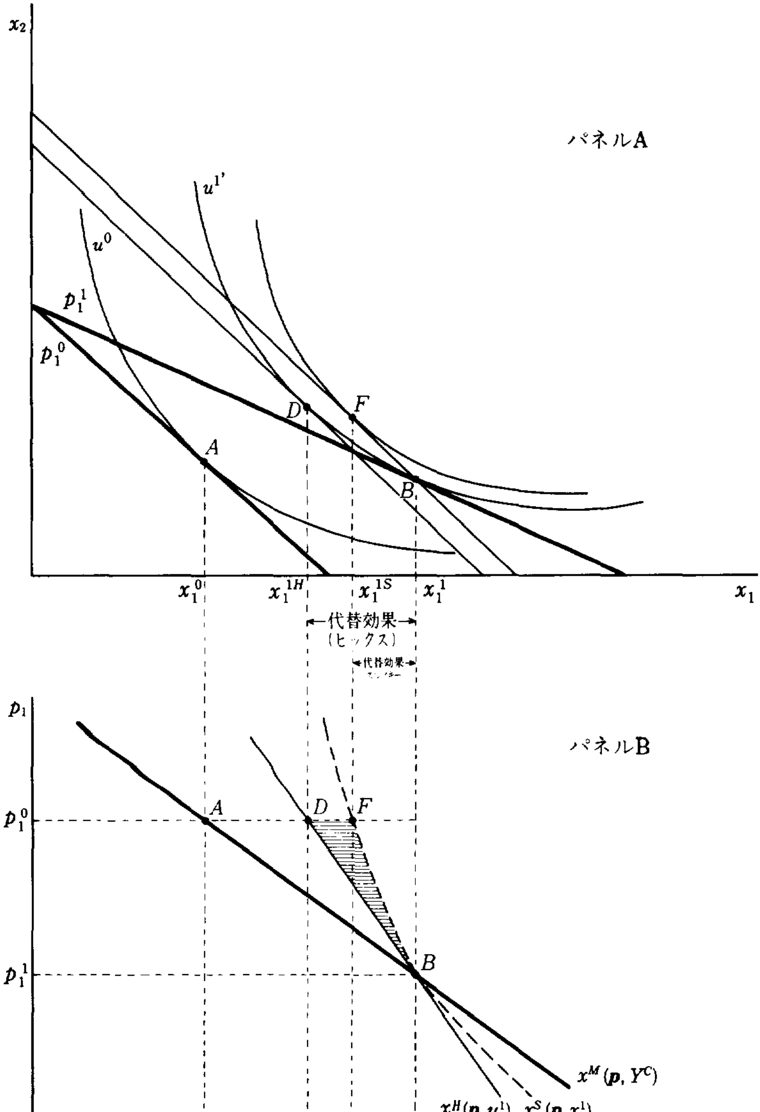
財の種類が2種類で，第1財の価格p_1だけがp_1^0からp_1^1へと低下する場合には，CV, EV, CVS, EVSおよびマーシャルの消費者余剰Mにはつぎの等式が成立する（第5図参照)。

$$CV=a$$

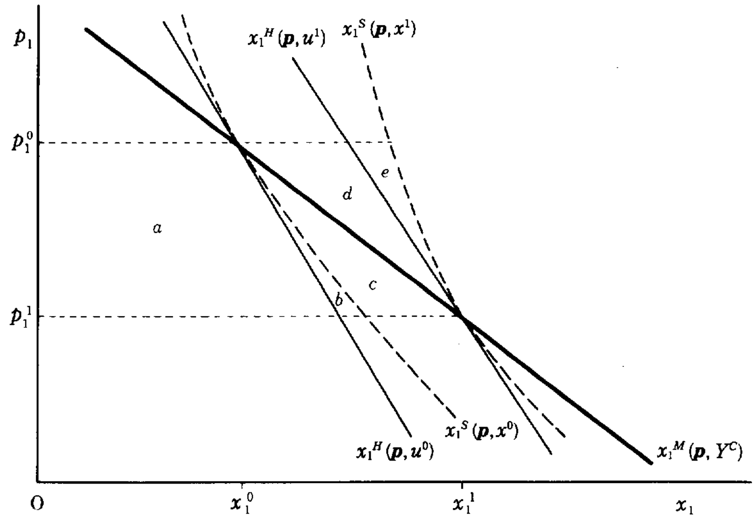
$$CVS=a+b$$



第 3 図　*CV* のスルツキー近似



第4図　EV のスルツキー近似



第5図　*CV, EV, CVS, EVS* および *M*

$$M = a + b + c$$

$$EV = a + b + c + d$$

$$EVS = a + b + c + d + e$$

注(1)　たとえば，西村〔19〕を参照。

(2)　スルツキーの需要関数については，たとえば西村〔19〕の4章にわかりやすい説明がある。

(3)　同じ結論が n 財モデルで k 個の財の価格が同じ方向へ変化する場合についてもいえる（$0 \leqq k \leqq n$）。すなわちk個の財の価格が低下する場合には，*CV* の近似としては *CVS* は消費者余剰 *M* よりも正確であるが，*EV* の近似としては *EVS* と *M* のどちらが正確であるかは断定できない。k 個の財の価格が上昇する場合には，*EV* の近似としては *EVS* は消費者余剰 *M* よりも正確であるが，*CV* の近似としては *CVS* と *M* のどちらが正確であるかは断定できない。

5. 測　定

Hausman〔3〕において，需要関数が線形，両対数型または2次形式のいずれかであり，かつ1つの財の価格のみが変化する場合に限り，CV の推定量が記されている。ここでは Hausman の推定量を参考にしながら，CVS と EVS による近似の精度を，消費者余剰 M や Mckenzie and Pearce により提示された間接効用関数のテーラー展開を使用する方法（一次，二次，三次までの近似をそれぞれ dCV_1, dCV_2, dCV_3 および dEV_1, dEV_2, dEV_3 と記述）と比較する。

2財モデルにおいて，第1財の価格 p_1 だけが $p_1{}^0$ から $p_1{}^1$ へ変化するものとする。第2財の価格 p_2 を一定（$p_2{}^c$）とし，所得 Y も一定（Y^c）に保たれるものとする。需要は（$x_1{}^0, x_2{}^0$）から（$x_1{}^1, x_2{}^1$）へ変化するとする。また，0期と1期の第1財の所得に対するシェアをそれぞれ $W_1{}^0$，$W_1{}^1$ とする。なお n 財モデルでも，第1財以外の財をまとめて合成財とすれば同様の議論が可能である。

マーシャルの需要関数が $x_1{}^M(p_1, Y^c ; \alpha, \delta, Z\gamma, \cdots)$ と表されるとき，パラメーター α，δ，$Z\gamma$，…を変化させて，近似の誤差を調べる。需要関数については Hausman〔3〕と同じものを使用する。

（1） 測定式

需要関数が線形の場合

$$x_1 = \alpha p_1 + \delta Y^c + Z\gamma \tag{5.1}$$

ここに p_1，Y^c は第1財の価格と所得でありそれぞれ第2財の価格でデフレートされているものとする。Z は他の社会経済的要因である。このとき CV は

$$CV = (1/\delta)\cdot\exp(\delta(p_1{}^1 - p_1{}^0))\cdot[x_1{}^0 + (\alpha/\delta)] - (1/\delta)[x_1{}^1 + (\alpha/\delta)] \tag{5.2}$$

となる。消費者余剰は

$$M = \int_{p_1{}^1}^{p_1{}^0} (\alpha p_1 + \delta Y^c + Z\gamma)\,dp_1 = (Z\gamma + \delta Y^c)(p_1{}^0 - p_1{}^1) + (\alpha/2)[(p_1{}^0)^2 - (p_1{}^1)^2] \tag{5.3}$$

となる。スルツキーの需要関数は

$$
\begin{aligned}
x_1^S &= \alpha p_1 + \delta(p_1 x_1^0 + p_2^c x_2^0) + Z\gamma \\
&= (Z\gamma + \delta p_2^c x_2^0) + (\alpha + \delta x_1^0) p_1 \qquad (5.4)
\end{aligned}
$$

となる。CVS は

$$
\begin{aligned}
CVS &= \int_{p_1^1}^{p_1^0} [(Z\gamma + \delta p_2^c x_2^0) + (\alpha + \delta x_1^0) p_1] dp_1 \\
&= (Z\gamma + \delta p_2^c x_2^0)(p_1^0 - p_1^1) \\
&\quad + (1/2)(\alpha + \delta x_1^0)[(p_1^0)^2 - (p_1^1)^2] \qquad (5.5)
\end{aligned}
$$

となる。また，dCV_1, dCV_2, dCV_3 はそれぞれ

$$dCV_1 = -x_1^0(p_1^1 - p_1^0) \qquad (5.6)$$

$$dCV_2 = dCV_1 + (1/2)(\delta x_1^0 - \alpha)(p_1^1 - p_1^0)^2 \qquad (5.7)$$

$$dCV_3 = dCV_2 - (1/6)((\delta)^2 x_1^0 - 2\alpha\delta)(p_1^1 - p_1^0)^3 \qquad (5.8)$$

となる。EV およびその近似測度についても同様に求められる。

つぎに需要関数が両対数型

$$\ln x_1 = Z\gamma + \alpha \ln p_1 + \delta \ln Y^c \qquad (5.9)$$

である場合には CV は

$$CV = \{(1-\delta)/[(1+\alpha)(Y^{c\delta})] \cdot \{p_1^1 x_1^1 - p_1^0 x_1^0\}\}^{(1/(1-\delta))} - Y^c \qquad (5.10)$$

となる。消費者余剰は

$$
\begin{aligned}
M &= \int_{p_1^1}^{p_1^0} \exp(Z\gamma) \cdot (Y^{c\delta}) \cdot (p_1^\alpha) dp_1 \\
&= (1/(\alpha+1)) \exp(Z\gamma) \cdot (Y^{c\delta})[(p_1^0)^{(\alpha+1)} - (p_1^1)^{(\alpha+1)}] \qquad (5.11)
\end{aligned}
$$

となる。スルツキーの需要関数は

$$x_1^S = \exp(Z\gamma) \cdot [(p_1 x_1^0 + p_2^c x_2^0)^\delta] \cdot (p_1^\alpha) \qquad (5.12)$$

となる。CVS は

$$CVS = \int_{p_1^1}^{p_1^0} \{\exp(Z\gamma) \cdot [(p_1 x_1^0 + p_2^c x_2^0)^\delta] \cdot (p_1^\alpha)\} dp_1 \qquad (5.13)$$

となる。上の不定積分を求めることは一般には不可能であることが知られている。しかし，定積分は求積法を使えば必ず求められる。dCV_1, dCV_2, dCV_3 はそれぞれ

$$dCV_1 = -x_1^0(p_1^1 - p_1^0) \qquad (5.14)$$

$$dCV_2=dCV_1+(1/2)[\delta(x_1{}^0)^2/Y^c-\alpha x_1{}^0/p_1{}^0](p_1{}^1-p_1{}^0)^2 \quad (5.15)$$

$$dCV_3=dCV_2-(1/6)\{\delta(\delta-1)(x_1{}^0)^3/(Y^c)^2+\delta^2(x_1{}^0)^3/(Y^c)^2 -3\delta\alpha(x_1{}^0)^2/p_1{}^0Y^c+\alpha(\alpha-1)x_1{}^0/(p_1{}^0)^2\}(p_1{}^1-p_1{}^0)^3 \quad (5.16)$$

となる。EV およびその近似測度についても同様に求められる。

（2）　測定結果

代替効果がマイナスの値をとるように注意しながらパラメーターを変化させて，近似測度の性能を比較した(1)。価格の変化する財の所得に占めるシェアは50％と大きく，価格変化率も100％もしくは50％という比較的大きい場合を考察した。その理由は，シェアや価格変化率が大きいとスルツキー近似，マーシャル近似ともに誤差が大きくなるので，常識的に許容できる範囲での誤差の限界を調べるためである。シェアや価格変化率が小さい場合には，両近似はともに誤差が小さくいずれの測度を使用しても問題はあまりないと考えられる。なお，価格変化率が25％の場合も考察したが，その理由はスルツキー近似は，スルツキーの需要関数の性格からしてとくに価格変化率に対してセンシティヴであると考えられるので，価格変化率の違いにより近似の性能がいかに変化するかをみるためである。測定結果は稿末第1表から第4表に示されている。

1)　需要関数が線形の場合

価格が8から4へと低下する（変化率50％）場合が第1表に，価格が8から6へと低下する（変化率25％）場合が第2表に記されている。CVS と EVS による近似は消費者余剰よりも誤差が小さかった。しかし価格弾力性，所得弾力性の値をもっと大きくしてやれば，異なる結果が得られたとも考えられる。

2)　需要関数が両対数型の場合

価格が5から10へと上昇（変化率100％）する場合が第3表に記されている。価格弾力性が小さい場合には，CVS は消費者余剰よりも誤差が小さいが，大きくなると（5以上）逆転現象がおきる。価格が5から7.5へと上昇する（変化率50％）場合が第4表に記されている。価格弾力性が5よりも小さい場合には，CVS は消費者余剰よりも誤差が小さかった。総じてスルツキー近似は，価

格の変化率が大きく，価格弾力性が大きくなると誤差が大きくなることがわかった。また，dCV_3とdEV_3は，価格弾力性と所得弾力性がともに大きい場合には，きわめて誤差が大きいことがわかった。

注(1)　代替効果がマイナスであるためには，価格弾力性ε_{ii}，所得弾力性η_i，第i財のシェアW_iは，$\varepsilon_{ii}+W_i\eta_i<0$を充たさねばならない。

6.　おわりに

ヒックスの需要関数は，双対性アプローチの主要な分析用具としてミクロ経済学の中心を占めており，厚生変化の測度であるCVとEVもヒックスの需要関数の積分として定義されている。他方，スルツキーの需要関数はヒックスの需要関数ときわめて親近的な関係にあり，価格変化が小さい場合には両者はきわめて近い値をとることが知られている。さらに，通常はヒックスの需要関数の形状を知ることはきわめて困難であるのに対して，スルツキーの需要関数は市場データより比較的簡単に求めることができる。本稿では上の事実に注目し，スルツキーの需要関数をヒックスの需要関数の近似として使用することにした。すなわち，スルツキーの需要関数の積分として定義されるCVSとEVSにより，CVとEVを近似する手法を提示し，マーシャルの消費者余剰Mによる近似とその精度を比較した。

その結果，まず理論的には以下のことが明らかになった。

(a)　価格の変化する財が正常財であるとき，それらの価格が低下する場合にはCVの近似としてCVSはマーシャルの消費者余剰より正確であり，上昇する場合にはEVの近似としてEVSは消費者余剰より正確である。

(b)　価格の変化する財が正常財であるとき，それらの価格が低下する場合にはEVの近似としてEVSとマーシャルの消費者余剰のいずれが正確であるか，上昇する場合にはCVの近似としてCVSと消費者余剰のいずれが正確であるかについてはなんともいえない。また複数の財の価格が異なる方向へ変化する場合には，CVS，EVSとMの近似の精度については一般的なことはいえ

ない。

(c) CVS, EVS と M の近似の精度について一般的なことがいえない場合には，スルツキー近似は以下の問題をもつ。すなわち，いかなる場合でも消費者余剰は CV と EV の中間の値をとるという好ましい性質をもつのに対して，正常財の価格が低下する場合には $0 \leqq CV \leqq CVS \leqq M \leqq EV \leqq EVS$ となり，EVS が CV と EV の間から外れてしまい，正常財の価格が上昇する場合には，$CVS \leqq CV \leqq M \leqq EVS \leqq EV \leqq 0$ となり，CVS が外れてしまうということである。

つぎに定量的な結果を示す。本稿では，価格の変化する財（1財）の総所得に占めるシェアが変化前において50% と大きく，価格の変化率も100%，50%，25% と大きい場合について，需要関数が線形と両対数型である場合について，スルツキー近似，マーシャル近似，テーラー展開の3次までの近似（dCV_3, dEV_3）の比較を行った。シェアが大きい場合を考察したのは，シェアが小さい場合には，スルツキー近似，マーシャル近似ともに誤差が小さくどちらを使用してもあまり問題が生じないからである。

(d) 需要関数が線形である場合。スルツキー近似はマーシャル近似よりも精度が良かった。テーラー近似は，価格が低下する場合には dCV_3 による近似は比較的良かったが，dEV_3 による近似は誤差が100% 以上にもなる場合もあり，近似精度は悪かった。

(e) 需要関数が両対数型である場合。価格が上昇する場合，価格上昇率が50% である場合には CVS による近似は消費者余剰による近似よりも精度が良かった。価格上昇率が100% の場合には，価格弾力性が3以下の場合には CVS による近似のほうが消費者余剰よりも良かったが，価格弾力性が5以上になると消費者余剰による近似のほうが精度が良かった。dCV_3 による近似の誤差はとくに大きく，価格上昇率が100% の場合で価格弾力性が5以上になると4,000% 程度の誤差を生み出すことがわかった。

(f) 一般的に，消費者余剰は所得弾力性に対してセンシティブであるのに対して，スルツキー近似は価格弾力性と価格変化率に対してセンシティブであるといえる。価格変化率，価格弾力性，所得弾力性のいずれもが大きくなると，

スルツキー近似，マーシャル近似，テーラー近似のいずれも誤差が大きくなる。とくにテーラー近似はとんでもない値を生み出し，スルツキー近似もその可能性をもっているが，マーシャル近似は比較的ロバストである。

（g）CVS と EVS の測定には，求積法が必要となる場合もあり，操作性という点では消費者余剰に及ばない。

以上より財の価格が同一方向へ変化する場合には，価格変化率と価格弾力性が小さく所得弾力性が大きい場合にはスルツキー近似を使用し，価格変化率と価格弾力性が大きく所得弾力性が小さい場合には消費者余剰を用いればよいといえる。また，価格弾力性と所得弾力性のいずれもが小さい場合には，スルツキー近似，消費者余剰のいずれも有効であるといえる。複数の財の価格が異なる方向に変化する場合には消費者余剰のほうが有効であると考えられるが，この問題については今後の課題にしたい。

〔参　考　文　献〕

〔1〕 Chipman, John S., and James C. Moore. 1980. "Compensating Variation, Comsumer's Surplus, and Welfare", *American Economic Review*, Vol. 70, No. 5, pp. 933–949.

〔2〕 Freeeman, A. Myrick, Ⅲ. 1993. The Measurement of Environmental and Resource Values : Theory and Methods. Resource for the Future. Washington, D.C.

〔3〕 Hausman, Jerry A. 1981. "Exact Consumer's Surplus and Dead Weight Loss", *American Economic Review*, Vol. 71, No. 4, pp. 662–676.

〔4〕 Haveman, Robert H., Mary Gabay, and James Andreoni, 1987. "Exact Conssumer's Surplus and Dead Weight Loss : A Correction," *American Economic Review*, Vol. 77, No. 3, pp. 494–495.

〔5〕 Hicks, J.R., 1938, "Value and Capital, London : Oxford University Press, (安井琢磨・熊谷尚夫訳，1951，『価値と資本（上，下)』，岩波書店)。

〔6〕 Hicks, J.R., 1956, "A Revision of Demand Theory", Oxford : Clarendon Press.

〔7〕 Johansson, Per-Olov, 1987, "The Economic Theory and Measurement of Environmental Benefits" Cambridge University Press , (嘉田良平監訳，赤尾

一，浅野耕太，亀山宏，栗山浩一，新保輝幸，中川峰郎，藤掛一郎訳，1994,『環境評価の経済学』多賀出版）。

〔 8 〕 Mckenzie, George W. 1976. "Measuring Gains and Losses," *Journal of Political Economy,* Vol. 84, No. 3, pp. 641-646.

〔 9 〕 Mckenzie, George W., 1979. "Consumer's Surplus Without Apology : Comment", *American Economic Review,* Vol. 69, No. 3, pp. 465-468.

〔 10 〕 Mckenzie, George W. and I.F. Pearce, 1973. "Exact Measuring of Welfare and the Cost of Living", *Review of Economic Studies,* Vol. 43, No. 4, pp. 465-488.

〔11〕 Mckenzie, George W. and I.F. Pearce, 1982. "Welfare Measurement : A Synthesis", *American Economic Review,* Vol. 72, No. 4, pp. 669-682.

〔12〕 Mosak, J.L., 1942. "On the Interpretation of the Fundamental Equation in Value Theory", Lange, O., "Studies in Mathematical Economics and Econometrics in Memory of Henry Schultz", University of Cicago Press, Cicago.

〔13〕 Morey Edward R, 1984. "Confuser Surplus", *American Economic Review,* Vol. 74, No. 1, pp. 163-173.

〔14〕 Silberberg, Eugene, 1978. "The Structure of Economics", McGraw-Hill,（佐藤隆三監訳，大住栄治訳，1984,『現代経済学，上』マグロウヒル好学社）。

〔15〕 Willig, Robert D. 1976. "Consumer's Surplus Without Apology", *American Economic Review,* Vol. 66, No. 4, pp. 589-597.

〔16〕 Willig, Robert D. 1979. "Consumer's Surplus Without Apology : Reply", *American Economic Review,* Vol. 69, No. 3, pp. 469-474.

〔17〕 奥野正寛・鈴村興太郎, 1985,『ミクロ経済学Ｉ』岩波書店。

〔18〕 鈴村興太郎，1985,「消費者余剰と厚生評価」『経済研究』第 36 巻第 1 号，一橋大学経済研究所，53〜66 ページ.

〔19〕 西村和雄，1990,『ミクロ経済学』東洋経済新報社。

〔20〕 矢部光保，1995（刊行予定),「コンティンジェント評価法の前提条件と厚生変化の貨幣的測度」(『農業総合研究』第 49 巻第 1 号)。

〔付　記〕

本稿をまとめるにあたっては多くの人々の協力を受けた。一橋大学経済研究所鈴村興太郎教授からは，本稿で提示した近似手法の有効性と限界について，貴重な御教示を頂いた。明治学院大学黒岩和夫教授からは貴重なコメントを頂いた。須永芳顕部長にはと

くに論旨展開について指導して頂いた。金井道夫部長，鈴木宣弘氏，池上彰英氏からも貴重な御指摘を頂いた。茂野隆一氏には審査過程において多くの労をとって頂いた。矢部光保氏からは関連する文献や研究動向について御教示を受けた。本間孝弥氏からは数学的分野，とくに関数の積分可能性について御教示を受けた。記して謝意を表したい。

しかし本稿にもし誤りがあれば，どんな些細なものであれ，それは全て筆者のみの責任である。

（本研究は，平成6年度の一般別枠研究「地球環境変化に伴う農林水産業生態系の変動予測技術の開発」における「農業の展開と地球環境変動の相互関係に関する社会経済的予測」の研究成果の一部である。）

測 定 結 果 表

第1表 CV と EV の近似：需要関数は線形で価格低下率が 50%

第2表 CV と EV の近似：需要関数は線形で価格低下率が 25%

第3表 CV と EV の近似：需要関数は両対数型で価格上昇率が 100%

第4表 CV と EV の近似：需要関数は両対数型で価格上昇率が 50%

第1表　CV と EV の近似：需要

パラメーター α	パラメーター δ	価格弾力性 ε_0	価格弾力性 ε_1	所得弾力性 η_0	所得弾力性 η_1	CVS の誤差(%)	M の誤差(%)
−0.10	0.01	−0.13	−0.06	0.16	0.15	0.016	1.992
−0.50	0.01	−0.64	−0.24	0.16	0.12	0.162	1.920
−0.50	0.05	−0.64	−0.24	0.80	0.61	0.361	9.828
−0.50	0.06	−0.64	−0.24	0.96	0.73	0.291	11.863
−1.00	0.01	−1.28	−0.39	0.16	0.10	0.306	1.849
−1.00	0.05	−1.28	−0.39	0.80	0.49	1.158	9.449
−2.00	0.01	−2.56	−0.56	0.16	0.07	0.508	1.749
−2.00	0.05	−2.56	−0.56	0.80	0.35	2.276	8.917
−2.00	0.10	−2.56	−0.56	1.60	0.70	3.839	18.261
−3.00	0.01	−3.84	−0.66	0.16	0.05	0.644	1.681
−3.00	0.02	−3.84	−0.66	0.32	0.11	1.269	3.378
−3.00	0.05	−3.84	−0.66	0.80	0.27	3.023	8.562
−3.00	0.10	−3.84	−0.66	1.60	0.55	5.513	17.503
−3.00	0.12	−3.84	−0.66	1.92	0.66	6.344	21.182
−3.00	0.15	−3.84	−0.66	2.40	0.82	7.399	26.808
−4.00	0.01	−5.12	−0.72	0.16	0.04	0.741	1.633
−4.00	0.05	−5.12	−0.72	0.80	0.22	3.557	8.308
−4.00	0.05	−5.12	−0.72	0.80	0.22	3.557	8.308
−4.00	0.10	−5.12	−0.72	1.60	0.45	6.704	16.964
−4.00	0.12	−5.12	−0.72	1.92	0.54	7.834	20.520
−5.00	0.01	−6.40	−0.76	0.16	0.04	0.815	1.597
−5.00	0.05	−6.40	−0.76	0.80	0.19	3.958	8.117
−5.00	0.10	−6.40	−0.76	1.60	0.38	7.594	16.561
−5.00	0.15	−6.40	−0.76	2.40	0.57	10.857	25.316

注. 所得100, 財1のシェアを50%（初期). 財1の価格は8から4へ低下（50%). 需要関

関数は線形で価格低下率が 50%

CV の近似			EV の近似				
dCV_1 の誤差(%)	dCV_2 の誤差(%)	dCV_3 の誤差(%)	EVS の誤差(%)	M の誤差(%)	dEV_1 の誤差(%)	dEV_2 の誤差(%)	dEV_3 の誤差(%)
−1.170	3.969	3.858	0.014	−2.007	1.032	11.150	11.042
−12.138	3.677	3.279	0.152	−2.077	11.430	42.900	42.511
−5.320	19.296	16.645	0.152	−10.080	2.323	47.593	45.257
−3.566	23.435	20.041	0.010	−12.005	0.132	48.438	45.534
−22.842	3.392	2.713	0.287	−2.145	21.578	73.886	73.221
−17.084	17.741	13.650	0.743	−10.391	11.333	77.047	73.408
−37.958	2.989	1.914	0.477	−2.241	35.909	117.645	116.591
−33.587	15.559	9.449	1.571	−10.826	23.973	118.367	112.901
−27.889	32.683	18.454	1.315	−20.727	10.209	116.164	104.975
−48.122	2.719	1.377	0.605	−2.306	45.545	147.067	145.752
−47.256	5.488	2.731	1.117	−4.570	42.171	147.028	144.383
−44.611	14.101	6.642	2.125	−11.117	32.417	145.970	139.283
−40.049	29.493	12.547	2.233	−21.235	17.343	141.438	128.021
−38.172	36.021	14.653	1.797	−25.014	11.713	138.791	122.748
−35.302	46.217	17.492	0.698	−30.406	3.680	134.062	114.207
−55.424	2.524	0.991	0.697	−2.352	52.468	168.206	166.704
−52.497	13.058	4.634	2.521	−11.325	38.457	165.713	158.153
−52.497	13.058	4.634	2.521	−11.325	38.457	165.713	158.153
−48.700	27.224	8.345	2.887	−21.597	22.419	159.418	144.416
−47.140	33.207	9.526	2.522	−25.424	16.443	156.071	138.202
−60.924	2.378	0.700	0.767	−2.387	57.682	184.129	182.485
−58.417	12.275	3.127	2.818	−11.481	42.992	180.536	172.319
−55.169	25.527	5.203	3.376	−21.867	26.215	172.864	156.676
−51.801	39.776	6.037	2.104	−31.225	11.098	162.403	138.808

数は，$x_1=\alpha p_1+\delta Y+Z\gamma$.

第2表　CV と EV の近似：需要

パラメーター α	δ	価格弾力性 ε_0	ε_1	所得弾力性 η_0	η_1	CVS の誤差(%)	M の誤差(%)
−0.10	0.01	−0.13	−0.09	0.16	0.16	0.004	0.998
−0.50	0.01	−0.64	−0.41	0.16	0.14	0.043	0.978
−0.50	0.05	−0.64	−0.41	0.80	0.69	0.095	4.954
−0.50	0.06	−0.64	−0.41	0.96	0.83	0.076	5.963
−1.00	0.01	−1.28	−0.73	0.16	0.12	0.087	0.957
−1.00	0.05	−1.28	−0.73	0.80	0.61	0.323	4.842
−1.00	0.10	−1.28	−0.73	1.60	1.21	0.361	9.828
−1.00	0.12	−1.28	−0.73	1.92	1.45	0.291	11.863
−2.00	0.01	−2.56	−1.17	0.16	0.10	0.157	0.922
−2.00	0.05	−2.56	−1.17	0.80	0.49	0.696	4.661
−2.00	0.10	−2.56	−1.17	1.60	0.98	1.158	9.449
−2.00	0.15	−2.56	−1.17	2.40	1.46	1.369	14.365
−2.00	0.18	−2.56	−1.17	2.88	1.76	1.369	17.374
−3.00	0.01	−3.84	−1.47	0.16	0.08	0.213	0.894
−3.00	0.02	−3.84	−1.47	0.32	0.16	0.418	1.793
−3.00	0.05	−3.84	−1.47	0.80	0.41	0.987	4.518
−3.00	0.10	−3.84	−1.47	1.60	0.82	1.779	9.154
−3.00	0.12	−3.84	−1.47	1.92	0.98	2.037	11.040
−3.00	0.15	−3.84	−1.47	2.40	1.22	2.360	13.905
−3.00	0.20	−3.84	−1.47	3.20	1.63	2.719	18.769
−4.00	0.01	−5.12	−1.68	0.16	0.07	0.257	0.872
−4.00	0.05	−5.12	−1.68	0.80	0.35	1.221	4.404
−4.00	0.05	−5.12	−1.68	0.80	0.35	1.221	4.404
−4.00	0.10	−5.12	−1.68	1.60	0.70	2.276	8.917
−4.00	0.12	−5.12	−1.68	1.92	0.84	2.649	10.752
−4.00	0.28	−5.12	−1.68	4.48	1.96	4.515	26.033
−5.00	0.01	−6.40	−1.85	0.16	0.06	0.294	0.854
−5.00	0.05	−6.40	−1.85	0.80	0.31	1.413	4.311
−5.00	0.10	−6.40	−1.85	1.60	0.62	2.683	8.723
−5.00	0.15	−6.40	−1.85	2.40	0.92	3.800	13.236
−5.00	0.20	−6.40	−1.85	3.20	1.23	4.753	17.847
−5.00	0.24	−6.40	−1.85	3.84	1.48	5.391	21.605
−5.00	0.26	−6.40	−1.85	4.16	1.60	5.667	23.507
−5.00	0.28	−6.40	−1.85	4.48	1.72	5.914	25.424
−5.00	0.30	−6.40	−1.85	4.80	1.85	6.130	27.356

注．所得100，財1のシェアを50%（初期）．財1の価格は8から6へ低下（25%）．需要関

関数は線形で価格低下率が 25%

CV の近似			EV の近似				
dCV_1 の誤差(%)	dCV_2 の誤差(%)	dCV_3 の誤差(%)	EVS の誤差(%)	M の誤差(%)	dEV_1 の誤差(%)	dEV_2 の誤差(%)	dEV_3 の誤差(%)
−0.592	1.992	1.964	0.004	−1.002	0.557	5.686	5.659
−6.501	1.913	1.807	0.042	−1.021	6.311	23.100	22.996
−2.821	9.813	9.132	0.066	−5.034	2.001	26.270	25.631
−1.886	11.850	10.986	0.037	−6.019	0.942	26.978	26.179
−12.968	1.827	1.636	0.084	−1.042	12.607	42.158	41.969
−9.619	9.361	8.247	0.263	−5.135	7.950	44.915	43.863
−5.320	19.296	16.645	0.152	−10.080	2.323	47.593	45.257
−3.566	23.435	20.041	0.010	−12.005	0.132	48.438	45.534
−23.544	1.686	1.355	0.152	−1.077	22.905	73.326	72.998
−20.712	8.625	6.801	0.584	−5.299	17.659	75.340	73.613
−17.084	17.741	13.650	0.743	−10.391	11.333	77.047	73.408
−13.360	27.361	20.516	0.513	−15.277	5.262	77.919	72.233
−11.080	33.380	24.630	0.203	−18.111	1.741	78.072	71.110
−31.828	1.576	1.135	0.206	−1.104	30.971	97.739	97.303
−31.221	3.169	2.270	0.392	−2.198	29.521	98.141	97.261
−29.379	8.049	5.672	0.834	−5.428	25.244	99.113	96.859
−26.247	16.529	11.317	1.203	−10.632	18.352	99.990	95.337
−24.973	20.044	13.561	1.229	−12.653	15.676	100.097	94.453
−23.037	25.449	16.906	1.145	−15.617	11.750	100.009	92.860
−19.751	34.818	22.407	0.700	−20.387	5.433	99.248	89.551
−38.493	1.487	0.958	0.249	−1.125	37.460	117.380	116.856
−36.339	7.587	4.765	1.036	−5.531	31.335	118.200	115.524
−36.339	7.587	4.765	1.036	−5.531	31.335	118.200	115.524
−33.587	15.559	9.449	1.571	−10.826	23.973	118.367	112.901
−32.468	18.856	11.293	1.655	−12.879	21.119	118.185	111.582
−23.151	47.551	25.172	0.015	−28.009	0.085	112.322	96.602
−43.970	1.414	0.813	0.285	−1.143	42.793	133.522	132.927
−42.050	7.208	4.021	1.201	−5.616	36.333	133.863	130.840
−39.598	14.764	7.918	1.873	−10.985	28.578	133.418	127.286
−37.091	22.673	11.664	2.063	−16.112	21.171	132.089	122.815
−34.529	30.941	15.228	1.816	−21.005	14.104	129.964	117.559
−32.441	37.819	17.930	1.333	−24.753	8.691	127.749	112.873
−31.385	41.347	19.226	1.004	−26.572	6.062	126.483	110.390
−30.320	44.934	20.481	0.619	−28.357	3.488	125.119	107.823
−29.247	48.582	21.695	0.182	−30.106	0.958	123.662	105.178

数は，$x_1=\alpha p_1+\delta Y+Z\gamma$.

第3表　CV と EV の近似：需要

価格弾力性 α	所得弾力性 δ	CV の近似 CVS_{min} の誤差(%)	CVS_{max} の誤差(%)	M の誤差(%)	dCV_1 の誤差(%)	dCV_2 の誤差(%)
−0.50	0.20	0.22	0.49	−3.70	16.25	−18.63
−0.50	0.50	0.49	0.63	−9.38	9.38	−31.64
−0.50	0.70	0.40	0.46	−13.27	4.69	−39.80
−1.01	0.20	0.37	1.02	−3.14	40.23	−37.60
−1.01	0.50	1.28	1.81	−7.95	33.26	−50.69
−1.01	1.01	2.08	2.39	−16.45	20.96	−70.67
−1.01	1.50	1.56	1.65	−25.09	8.45	−86.99
−1.01	1.80	0.33	0.30	−30.67	0.37	−95.48
−1.50	0.20	0.41	1.44	−2.70	66.10	−66.78
−1.50	0.50	1.75	2.65	−6.82	59.06	−80.12
−1.50	1.01	3.58	4.27	−14.08	46.68	−100.37
−1.50	1.50	4.56	5.03	−21.39	34.20	−116.77
−1.50	2.00	4.34	4.59	−29.29	20.71	−130.18
−1.50	2.50	2.20	2.23	−37.78	6.22	−139.83
−2.00	0.20	0.36	1.79	−2.33	95.34	−109.77
−2.00	0.50	1.98	3.29	−5.88	88.24	−123.53
−2.00	1.01	4.52	5.61	−12.10	75.79	−144.39
−2.00	1.50	6.54	7.42	−18.33	63.33	−161.25
−2.00	2.00	7.91	8.57	−25.00	50.00	−175.00
−2.00	3.00	6.73	6.92	−39.64	20.71	−190.53
−2.00	3.50	2.51	2.54	−47.96	4.07	−191.06
−3.00	0.20	0.07	2.34	−1.78	161.93	−244.06
−3.00	0.50	1.94	4.10	−4.48	154.73	−259.20
−3.00	1.01	5.15	7.12	−9.18	142.20	−282.25
−3.00	1.50	8.22	9.99	−13.83	129.78	−301.06
−3.00	2.00	19.92	12.81	−18.75	116.67	−316.67
−3.00	3.00	16.35	17.44	−29.22	88.74	−335.93
−3.00	3.50	17.91	18.75	−34.87	73.67	−338.80
−3.00	4.00	18.24	18.82	−40.90	57.60	−336.39
−3.00	4.50	16.62	16.93	−47.44	40.15	−327.75
−5.00	0.20	−0.92	3.15	−1.13	321.83	−753.84
−5.00	0.50	0.82	4.80	−2.85	314.52	−773.60
−5.00	1.01	3.94	7.77	−5.80	301.91	−804.34
−5.00	1.50	7.12	10.79	−8.70	289.54	−830.39
−5.00	2.00	10.57	14.08	−11.72	276.67	−853.33
−5.00	3.00	18.07	21.20	−17.97	250.00	−887.50
−5.00	3.50	22.10	25.03	−21.22	236.14	−898.33
−5.00	4.00	26.28	28.99	−24.56	221.87	−904.68
−5.00	4.50	30.56	33.03	−28.02	207.13	−906.22
−5.00	5.00	34.86	37.09	−31.60	191.85	−902.60
−5.00	5.50	39.07	41.03	−35.33	175.94	−893.32
−5.00	6.00	43.01	44.68	−39.23	159.27	−877.80
−5.00	6.50	46.38	47.75	−43.36	141.66	−855.18
−5.00	7.00	48.78	49.82	−47.76	122.87	−824.33

注．所得100．財1のシェアを50%（初期）．財1の価格は5から10へ上昇（100%）．需要関数

関数は両対数型で価格上昇率が 100%

	EV の近似					
dCV_3 の誤差(%)	EVS_{min} の誤差(%)	EVS_{max} の誤差(%)	M の誤差(%)	dEV_1 の誤差(%)	dEV_2 の誤差(%)	dEV_3 の誤差(%)
80.76	0.23	0.51	4.76	−10.58	3.76	89.82
57.24	0.33	0.46	11.55	−4.78	15.53	105.67
41.41	0.07	0.11	15.88	−1.09	23.51	115.70
48.80	0.43	1.10	3.87	−25.33	−4.63	62.88
20.66	1.21	1.80	9.45	−21.32	3.43	72.99
−26.67	1.66	2.10	18.43	−14.87	17.31	88.95
−69.86	1.34	1.62	26.59	−9.00	30.92	102.86
−94.26	0.87	1.07	31.40	−5.54	39.41	110.68
−16.12	0.43	1.50	3.22	−37.70	−13.24	38.54
−50.29	1.61	2.63	7.90	−34.88	−7.58	45.21
−107.21	2.97	3.89	15.50	−30.29	2.08	55.86
−158.71	3.66	4.48	22.47	−26.08	11.43	65.29
−205.62	3.87	4.58	29.29	−21.97	21.09	74.15
−243.84	3.69	4.30	35.87	−17.99	30.88	82.21
−128.32	0.33	1.82	2.71	−48.65	−22.33	15.56
−170.59	1.75	3.21	6.67	−46.67	−18.33	20.00
−240.71	3.68	5.09	13.14	−43.43	−11.57	27.14
−304.17	5.06	6.41	19.12	−40.44	−5.08	33.54
−362.50	6.07	7.36	25.00	−37.50	1.56	39.65
−447.04	7.12	8.27	36.24	−31.88	14.95	50.61
−464.26	7.26	8.33	41.64	−29.18	21.72	55.47
−543.97	−0.04	2.30	1.99	−84.19	−72.24	−64.48
−609.45	1.53	3.89	4.92	−84.19	−72.09	−64.56
−718.31	3.96	6.34	9.76	−84.19	−71.84	−64.69
−818.07	6.03	8.42	14.27	−84.19	−71.60	−64.83
−912.50	7.91	10.29	18.75	−84.19	−71.35	−64.99
−1067.31	11.03	13.41	27.38	−84.19	−70.85	−65.33
−1120.34	12.32	14.68	31.55	−84.19	−70.61	−65.51
−1150.64	13.46	15.80	35.65	−84.19	−70.36	−65.71
−1151.14	14.44	16.76	39.67	−84.19	−70.11	−65.91
−2544.53	−1.09	3.08	1.22	−96.05	−91.10	−92.11
−2690.77	0.31	4.54	3.02	−96.05	−91.09	−92.12
−2936.62	2.63	6.94	6.03	−96.05	−91.08	−92.14
−3167.66	4.77	9.16	8.87	−96.05	−91.06	−92.17
−3395.83	6.88	11.35	11.72	−96.05	−91.05	−92.19
−3818.75	10.88	15.50	17.27	−96.05	−91.02	−92.24
−4007.63	12.78	17.46	19.98	−96.05	−91.00	−92.26
−4177.02	14.62	19.37	22.65	−96.05	−90.98	−92.29
−4323.06	16.40	21.21	25.29	−96.05	−90.97	−92.31
−4441.31	18.12	22.99	27.89	−96.05	−90.95	−92.34
−4526.52	19.79	24.72	30.46	−96.05	−90.94	−92.36
−4572.33	21.41	26.39	33.00	−96.05	−90.92	−92.38
−4570.69	22.98	28.01	35.51	−96.05	−90.91	−92.41
−4510.96	24.50	29.59	38.00	−96.05	−90.89	−92.44

は，$\ln x_1 = Z\gamma + \alpha \ln P_1 + \delta \ln Y$.

第4表 CV と EV の近似：需要

		CV の近似				
価格弾力性 α	所得弾力性 δ	CVS_{min} の誤差(%)	CVS_{max} の誤差(%)	M の誤差(%)	dCV_1 の誤差(%)	dCV_2 の誤差(%)
−0.50	0.20	0.04	0.20	−2.11	8.89	−7.44
−0.50	0.50	0.14	0.23	−5.32	5.32	−14.43
−0.50	0.70	0.12	0.17	−7.50	2.90	−18.97
−1.01	0.20	0.06	0.43	−1.91	21.21	−12.43
−1.01	0.50	0.37	0.68	−4.81	17.62	−19.43
−1.01	1.01	0.64	0.83	−9.88	11.36	−30.82
−1.01	1.50	0.51	0.58	−14.90	5.15	−41.12
−1.01	1.80	0.19	0.20	−18.08	1.23	−47.11
−1.50	0.20	0.05	0.63	−1.74	33.87	−19.68
−1.50	0.50	0.54	1.05	−4.39	30.26	−26.73
−1.50	1.01	1.15	1.55	−8.99	23.99	−38.16
−1.50	1.50	1.45	1.73	−13.54	17.79	−48.47
−1.50	2.00	1.37	1.54	−18.35	11.24	−58.29
−1.50	2.50	0.79	0.84	−23.35	4.43	−67.37
−2.00	0.20	0.03	0.82	−1.59	47.62	−29.88
−2.00	0.50	0.65	1.37	−4.00	44.00	−37.00
−2.00	1.01	1.55	2.16	−8.19	37.72	−48.53
−2.00	1.50	2.20	2.70	−12.32	31.52	−58.90
−2.00	2.00	2.58	2.96	−16.67	25.00	−68.75
−2.00	3.00	2.12	2.26	−25.84	11.24	−86.10
−2.00	3.50	1.05	1.08	−30.73	3.91	−93.51
−3.00	0.20	−0.08	1.15	−1.33	77.60	−60.04
−3.00	0.50	0.73	1.89	−3.36	73.96	−67.38
−3.00	1.01	2.04	3.09	−6.85	67.66	−79.25
−3.00	1.50	3.18	4.13	−10.29	61.47	−89.91
−3.00	2.00	4.20	5.03	−13.89	55.00	−100.00
−3.00	3.00	5.61	6.21	−21.40	41.49	−117.69
−3.00	3.50	5.87	6.34	−25.34	34.39	−125.20
−3.00	4.00	5.71	6.06	−29.43	27.02	−131.76
−3.00	4.50	5.02	5.25	−33.71	19.33	−137.29
−5.00	0.20	−0.44	1.69	−0.97	146.80	−167.87
−5.00	0.50	0.52	2.59	−2.45	143.13	−175.98
−5.00	1.01	2.16	4.14	−4.98	136.81	−189.10
−5.00	1.50	3.74	5.62	−7.46	130.64	−200.91
−5.00	2.00	5.35	7.13	−10.03	124.23	−212.12
−5.00	3.00	8.48	10.05	−15.33	111.03	−231.89
−5.00	3.50	9.97	11.43	−18.06	104.22	−240.40
−5.00	4.00	11.38	12.72	−20.86	97.25	−247.93
−5.00	4.50	12.67	13.89	−23.73	90.09	−254.45
−5.00	5.00	13.80	14.90	−26.68	82.74	−259.90
−5.00	5.50	14.74	15.70	−29.72	75.16	−264.22
−5.00	6.00	15.40	16.23	−32.86	67.33	−267.33
−5.00	6.50	15.71	16.41	−36.13	59.19	−269.14
−5.00	7.00	15.57	16.13	−39.53	50.70	−269.54

注．所得100，財1のシェアを50％（初期）．財1の価格は5から7.5へ上昇（50％）．需要関数

関数は両対数型で価格上昇率が 50%

	EV の近似					
dCV_3 の誤差(%)	EVS_{min} の誤差(%)	EVS_{max} の誤差(%)	M の誤差(%)	dEV_1 の誤差(%)	dEV_2 の誤差(%)	dEV_3 の誤差(%)
97.50	0.04	0.20	2.41	−6.98	2.67	94.15
85.96	0.11	0.20	5.95	−3.77	9.16	103.24
78.17	0.07	0.11	8.26	−1.67	13.55	109.15
97.15	0.07	0.45	2.16	−16.19	−0.69	79.55
84.52	0.35	0.68	5.33	−13.59	4.55	86.50
62.83	0.55	0.78	10.56	−9.29	13.58	97.88
41.90	0.45	0.59	15.42	−5.31	22.42	108.28
29.12	0.27	0.36	18.32	−2.92	27.92	114.38
90.93	0.06	0.65	1.94	−24.40	−4.47	65.39
77.07	0.51	1.06	4.81	−22.28	−0.20	70.80
53.39	1.03	1.50	9.55	−18.76	7.13	79.68
30.67	1.27	1.67	13.96	−15.49	14.27	87.82
7.76	1.30	1.63	18.35	−12.23	21.65	95.73
−14.61	1.15	1.40	22.63	−9.06	29.14	103.23
77.33	0.02	0.84	1.76	−32.16	−8.80	51.02
62.00	0.60	1.38	4.35	−30.43	−5.31	55.23
35.90	1.37	2.10	8.65	−27.57	0.64	62.16
10.97	1.90	2.56	12.67	−24.89	6.41	68.54
−14.06	2.24	2.84	16.67	−22.22	12.35	74.76
−61.76	2.44	2.93	24.40	−17.07	24.40	86.35
−83.76	2.35	2.77	28.15	−14.56	30.53	91.70
22.32	−0.10	1.16	1.45	−45.89	−18.44	23.25
3.29	0.64	1.89	3.60	−44.75	−16.10	25.85
−28.97	1.76	2.97	7.17	−42.84	−12.12	30.14
−59.63	2.67	3.86	10.53	−41.05	−8.30	34.12
−90.31	3.47	4.62	13.89	−39.26	−4.39	38.02
−148.64	4.67	5.75	20.41	−35.78	3.46	45.39
−175.59	5.10	6.14	23.58	−34.09	7.41	48.86
−200.56	5.44	6.44	26.71	−32.42	11.38	52.19
−223.06	5.69	6.65	29.78	−30.78	15.36	55.38
−244.69	−0.49	1.68	1.03	−66.84	−39.10	−24.54
−274.75	0.36	2.54	2.57	−66.34	−38.00	−23.50
−325.59	1.75	3.93	5.15	−65.49	−36.16	−21.78
−373.89	3.00	5.20	7.58	−64.69	−34.39	−20.17
−422.33	4.20	6.40	10.03	−63.89	−32.60	−18.57
−515.47	6.40	8.61	14.82	−62.32	−29.05	−15.51
−559.49	7.41	9.62	17.16	−61.55	−27.29	−14.04
−601.34	8.35	10.57	19.48	−60.79	−25.53	−12.60
−640.58	9.24	11.45	21.76	−60.04	−23.77	−11.21
−676.78	10.08	12.29	24.02	−59.30	−22.02	−9.85
−709.42	10.87	13.07	26.26	−58.56	−20.28	−8.53
−737.93	11.61	13.81	28.47	−57.84	−18.54	−7.24
−761.63	12.30	14.49	30.65	−57.12	−16.80	−5.99
−779.71	12.95	15.13	32.82	−56.14	−15.06	−4.77

は，$\ln x_1 = Z\gamma + \alpha \ln P_1 + \delta \ln Y$.

〔要　旨〕

補償変分と等価変分のスルツキー近似

明　石　光　一　郎

ヒックスにより提示された補償変分（compensating variation : *CV*）と等価変分（equivalent variation : *EV*）は理論的に適格性をもつ厚生測度であるといわれる。しかし *CV* と *EV* は，市場データからは知り得ないヒックスの需要関数の積分として定義されているため，その測定は通常は困難である。他方，マーシャルの消費者余剰（consumer's surplus）は，市場データより推定が可能なマーシャルの需要関数の積分として定義されているため，その測定は容易であり，*CV* と *EV* の近似として使用されている。

マーシャルの消費者余剰は測定が簡単であり（操作性が高い），直観的な説得力もあり，近似の限界も示されており，現実の近似精度も良いという，優れた分析用具である。しかし価格が変化する財の所得効果が大きい場合には，消費者余剰により *CV* と *EV* を近似することによる誤差は大きくなるという問題も残されている。この問題に対処するひとつの方法として，本稿ではスルツキーの需要関数の積分（*CVS* と *EVS*）により *CV* と *EV* を近似する手法を提示し，消費者余剰と近似の性能を比較した。まず理論的には，1財の価格が低下する場合には *CV* の近似として *CVS* は消費者余剰より正確であること，上昇する場合には *EV* の近似として *EVS* は消費者余剰より正確であることを示した。しかし1財の価格が低下する場合には *EVS* と消費者余剰のいずれが正確であるか，上昇する場合には *CVS* と消費者余剰のいずれが正確であるかについては理論的にはなんともいえない。

これらの近似の精度を比較するために，需要関数が線形もしくは両対数型である場合について，パラメーターを代入して測定を行った。その結果，消費者余剰は所得弾力性に対してセンシティブであるのに対して，*CVS* と *EVS* による近似（スルツキー近似）は価格弾力性と価格変化率に対してセンシティブであることがわかった。したがって，価格変化率と価格弾力性が小さく所得弾力性が大きい場合にはスルツキー近似を使用し，価格変化率と価格弾力性が大きく所得弾力性が小さい場合には消費者余剰を用いればよいといえる。